ӘОЖ

# МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ НЕГІЗІНДЕ МЕКТЕП МАТЕМАТИКА КУРСЫНЫҢ ҚОЛДАНБАЛЫ БАҒЫТТЫЛЫҒЫН ЖҮЗЕГЕ АСЫРУ

**Сәлімжанқызы Балторғын**
baltorgyn_01_10@mail.ru
7M01503 – «Математика. Білім беру үдерісін басқару» білім бағдарламасының 2 курс магистранты
Х.Досмұхамедов атындағы Атырау университеті, Атырау қ, Қазақстан Республикасы
Ғылыми жетекшісі, педагогика ғылымдарының кандидаты, қауымдастырылған профессор – **Билялова Ж.Т.**

Қазіргі білім әртүрлі пәндер мен білім салаларын біріктіретін оқытудың интеграцияланған тәсілдерін дамытуға бағытталған. Пәнаралық оқыту – бұл білім алушылардың әлемге жан-жақты көзқарасын қалыптастыруға және сыни ойлауды дамытуға ықпал ететін тиімді әдіс.

Математика контекстінде математикалық модельдеуді пәнаралық оқыту құралы ретінде пайдалану оқушылардың пәнге деген қызығушылығын оятуға және олардың математикалық ұғымдарды түсіну деңгейін арттыруға жаңа мүмкіндіктер ашады.

Елімізде математиканы оқыту үлгілік оқу бағдарламасында білім алушылардың физика, химия, биология және басқа да теориялық облыстарда зерттеулер мен есептерді шешу үшін және практикалық іс-әрекеттерінде математикалық әдістерді қолданудың қарапайым дағдыларын қалыптастыру үшін оқу мақсаттары «Математикалық модельдеу және анализ» бөлімінен көрініс тапқан. Қазіргі уақытта мектеп оқушыларын математикалық модельдеу әдісіне оқыту қажеттілігі байқалады. Бұл білім алушылар күрделі математикалық тапсырмаларды жақсы орындағанымен, қолданбалы есептерді қарастыруда қиындықтарға тап болуымен байланысты. Кез келген қолданбалы есепті шешу процесі толығымен математикалық модельдеуге негізделген. Осыған байланысты білім алушылардың қолданбалы есептерді жобалау және шешу қабілеті олардың математикалық модельдеу әдісін меңгеру деңгейіне байланысты. Математикалық модельдеу әдісін меңгерген жағдайда кез келген математикалық есептерді, соның ішінде қолданбалы есептерді қиындықсыз шеше алады. Бұлай деуімізге негіз де жоқ емес. Еліміздің орта білім беру ұйымдарында білім алушылардың білім жетістіктеріне мониторинг нәтижелерін кешенді талдау есебінде «Математикалық сауаттылық» пәнінен білім алушылардың басым бөлігінде барлық деңгей тапсырмаларының арасында «қиын орындалатын» тақырыптар тізбесінде «Математикалық модельдеу және талдау» бөлімі болып отыр. Атырау облысы бұл сында «Математикалық сауаттылық» бағыты бойынша 20 өңірдің тізбесінен 15-ші орында. Математикалық модельдер - кең түрде математикалық тәсілдер пайдаланатын таңбалар моделінің маңызды класы. Мысалы, күрделі теңдеулер жүйесін көрсетіп, жұлдыздар қойнауында болатын физикалық процесстерді сипаттайтын жұлдыздың математикалық моделін қарастыруға болады. Математикалық модель ретінде объект немесе процестің маңызды қасиеттерін бейнелейтін, математикалық ара қатынастардың жүйесі болып табылатын - формулалар, теңдеулер, теңсіздіктер және т.б. түсіндіріледі. Математикалық модельдеуде біз объектінің нақтылы физикалық қасиетіне және оларда жүретін процестерге ден қоймаймыз, берілген шамалардың шешімге қайта өңделуін ғана қарастырамыз. Математикалық модельдер құру кезінде әркезде берілгендер арқылы ізделінді шаманы өрнектейтін формуланы табу мүмкіндігі туымайды. Осындай жағдайларда қандай да бір дәлдік дәрежесіне жауап бере алатын математикалық әдістер пайдаланылады. Әдебиетте математикалық модель ұғымына келесі анықтама берілген «математикалық модель деп берілген процестерді зерттеу үшін физикалық мәні әртүрлі болса да, ұқсас математикалық өрнектермен бейнеленетін құбылыстарды қарастыру тәсілі» [1]. Қолданбалы есептерді шешу барысында математикалық модельдеудің үш кезеңінде бөлініп көрсетіледі:

1. Формализация – бұл есептің шартын математикалық тілге аудару. Бұл жағдайда шешуге қажетті берілгендер мен ізделінділер бөліп алынады және олардың арасындағы байланыстар математикалық тәсілмен суреттеледі.

2. Құрылған модель бойынша есепті шешу, яғни өрнектің мәнін табу, амалдарды орындау, теңдеуді шешу орындалады.

3. Интерпретациялау, яғни табылған шешімді пайдалана отырып, есептің сұрағына жауапты негіздеп беру [2].

Есепті шешу процесінде оқушыларға қиындық тудыратын кезең - есептің шартын қарапайым тілден математикалық тілге аудару, яғни математикалық модельдің бірінші кезеңі болып табылады. Бұл қиындықтарды жеңілдету мақсатында көмекші модельдер-сүлбелер, кестелер және т.б. құрылады. Сонда есепті шешу процесін бір модельден келесі модельге өту жағдайында қарастыруға болады: есептегі берілген нақты жағдайдағы сөздік модельден көмекші модельге (сүлбелер, кестелер, суреттер, т.б.) олардан - кейіннен математикалық модельге ауысу [3].

Кесте 1. Математикалық модель құрудың мысалдары.

| **№** | **Қолданбалы есеп** | **Оған сәйкес математикалық модель** |
|---|---|---|
| 1 | Бақтағы жидектердің барлығы 37 түп. Ондағы қарлыған қарақаттан 3 түп артық, ал таңқурайдан 2 есе кем. Бақтағы қарлыған неше түп? Қарақат неше түп? Таңқурай неше түп? | Бақта х түп қарақат бар болса, қарлыған $x$+3 түп, ал таңқурай 2($x$+3) түп. Есептің шарты бойынша бақтағы жидектердің барлығы 37 түп. Онда теңдеу: $x+(x+3)+2(x+3)=37$ |
| 2 | Өзен бойындағы екі қаланың ара қашықтығы 60 км. Теплоход бір қаладан екіншісіне барып қайтуға 5 сағ жұмсайды. Өзен ағысының жылдамдығы 2 км/сағ. Теплоходтың тынық судағы жылдамдығын табыңыз. | Теплоходтың тынық судағы жылдамдығын $x$ км/сағ. $$\frac{60}{x+2}+\frac{60}{x-2}=5$$ |
| 3 | Кітап бетіндегі мәтіннің ауданы 363 см$^2$. Осы беттің жоғарғы және төменгі жиегінің ені 2 см, бүйір жақтағы жиегінің ені 1,5 см. Ауданы ең кіші болатындай кітап бетінің өлшемдері қандай болуы керек? | Кітап бетіндегі мәтіннің ені $x$ (см), ұзындығы $y$ (см) деп белгілейік; $x, y > 0$. Кітап бетінің ені $x+3$, ұзындығы $y+4$. Кітап бетінің ауданы 363 см$^2$ болғандықтан, мәтін енін ұзындығы арқылы $\frac{363}{y}$ деп өрнектейік. Бұдан кітап бетінің ені $\frac{363}{y}+3$. Кітап бетінің ауданының формуласын былай жазамыз: $S=(\frac{363}{y}+3)\,(y+4)$. |

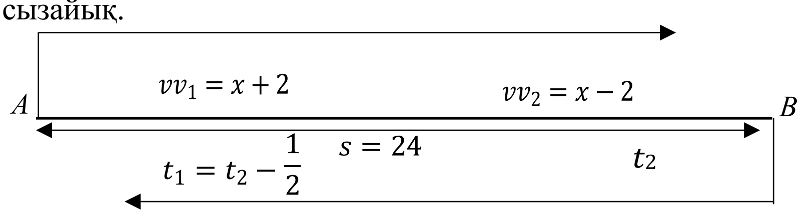
| | | |
|---|---|---|
| 4 | Салымшы банк депозитіне белгілі бір соманы сала отырып, бір жылдан кейін 42000 тг пайда (кіріс) тапты. Бірақ ол банктен ақшаны алмай, оның үстіне 58000 тг қосып, салымын тағы бір жылға қалдырды. Бір жылдан кейін депозитте 456000 тг болды. Банкке алғашында қанша теңге салынды және банктің жылдық пайызы қандай? | Банкке алғашында салынған қаржыны $x$, банктің жылдық пайызын $y$ деп белгілейік.<br>Санның пайызын табу ережесін қолданып, салымшының алғашында салған қаржысын банктің жылдық өсім пайызымен өрнектейміз. Олар сәйкесінше $x = \frac{4200000}{y}$, $x = \frac{45600000}{100+y} - 100000.$<br>Бұдан, $\frac{4200000}{y} = \frac{45600000}{100+y} - 100000.$ |

Есепті шешу процесін бұлай ұйымдастыруды психологтар да құптайды. Олар: «модельдер жүйесін іздеу және анықталған бір деңгейдегі модельден келесі модельге жалғасып ауысу, кеңейтілген түрде ойлау операциясы негізінде, анализ және синтез арқылы ойлау процесі жаңа байланыстармен, жаңа сапалармен кіреді», - дейді.

Математикалық модельдеу процесінің барлық кезеңдерін көрсету үшін нақты мысалдар көрсетейік.

*Есеп 1.* Екі кемежай арасындағы өзен жолының ұзындығы 24 км. Өзен ағысымен төмен қарай жүзген кезде катер осы жолды кері қайтар жолға қарағанда 30 мин тез жүріп өтеді. Өзен ағысының жылдамдығы 2 км/сағ болса, катердің меншікті жылдамдығын табыңдар [4].

*I кезең.* Есептің математикалық моделін құру. Меншікті жылдамдықты x деп белгілейік, $x > 0$. Ағыспен жүзгендегі жылдамдығы $(x+2)$ км/сағ, ағысқа қарсы жүзгендегі жылдамдығы $(x-2)$ км/сағ. Есеп шартына сәйкес сызбасын сызайық.




Сурет 1 – Есептің шешу жолын іздеудің моделі.

Катердің ағыспен, ағысқа қарсы жүзген уақыты сәйкесінше $t_1 = \frac{24}{x+2}$, $t_2 = \frac{24}{x-2}$.

Бұдан, $\frac{24}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{24}{x-2}$.

Осы теңдеу берілген есептің математикалық моделі.

*II кезең.* Есепті математикалық теория шеңберінде яғни, модель ішінде шешу. $\frac{24}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{24}{x-2}$

$48(x-2) + (x-2)(x+2) = 48(x+2)$

$x^2 = 196$

$x = \pm 14$

*III кезең.* Интерпретация. Алынған шешімді есептің берілген мазмұнында тұжырымдалған тілге аудару.Катердің жылдамдығы оң мәнді қабылдайды. Есептің шартына бір түбірі ғана сәйкес. Яғни, катердің меншікті жылдамдығы 14км/сағ.

Білім алушыларды қолданбалы есептерді шешуге үйретудегі проблемаларды жою талаптарының бірі математика сабақтарында пәнаралық байланысты қолдану деп түсінеміз.

Пәнаралық оқытудағы ұтымды әдістердің бірі – пәнаралық көлденең (горизонталды) жоспарлау. Көлденең жоспарлау – әртүрлі пән мұғалімдері алдын ала оқу жоспарын бірге қарап, бөлімдердің, оқу мақсаттарының, дағдылардың қай жерінде ұқсастық бар екенін, қай жерден бір пәннің мүмкіндігін екінші пәнді оқытуда қолдануға болатынын қарастырып, сабақ жоспарын жоспарлауы. Көлденеңінен жоспарлау барысында оқыту мен оқудың келесі аспектілері қарастырылуы мүмкін:

- саралау;
- ресурстарды бірлесіп пайдалану;
- оқушылардың жүктемесі мәселелерін шешу (үй тапсырмасының көлемі);
- пәнаралық интеграция, орта мерзімді және ұзақ мерзімді жоспарларды теңестіру;
- бірлескен міндеттерді жобалау;
- оқушылар үшін оқу үдерісін жоспарлау.

Технологиялық картаны жасау кезінде мұғалімдер оқушылардың пәндік интеграциясы мен әмбебап оқу әрекеттері мен дағдыларын дамыту мүмкіндіктерін анықтайды, сондай-ақ қажетті ресурстардың ортақ қорын құрады [5]. 11-сыныптың «Алгебра және анализ бастамалары» пәні бойынша өзге пән мұғалімдерімен бірлескен көлденең жоспарлау нәтижесінен алынған бірқатар технологиялық карта мен сабақта қолданған тапсырмаларды математикалық модельдеу кезеңдерімен ұсынамыз.

Кесте 2. Көлденең жоспарлауға арналған технологиялық карта.

| Ортақ тақырып | Пәні | Оқу мақсаттары |
|---|---|---|
| Айналу денелерінің көлемі | Алгебра және анализ бастамалары | 11.4.1.9 - айналу денесінің көлемін анықталған интеграл көмегімен есептеу формуласын білу және қолдану; |
| | Геометрия | 11.3.14 - цилиндр көлемін табу формуласын білу және оны есептер шығаруда қолдану;<br>11.3.15 - конус және қиық конус көлемдерін табу формулаларын білу және оларды есептер шығаруда қолдану; |

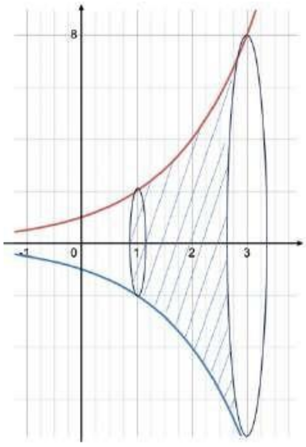
*Есеп 2.* Жасаушысы $y = 2^x$ функциясымен шектелген айналу денесінің кіші табанының радиусы 2, үлкен табанының радиусы 8. Осы айналу денесінің көлемін табыңыз.

Шешуі. *I кезең.* Есептің математикалық моделін құру.

Есептің шарты бойынша сызбаны сызамыз.

Дененің үлкен табаның радиусы 8 болғандықтан, $y = 8$ сызығын сызамыз. Осыдан, $2^x = 8, x = 3$. Демек, $b = 3$.

Дененің кіші табаның радиусы 2. Осыдан, $2^x = 2, x = 1$. Демек, $a = 1$.



Сурет 2. Есептің шешу жолын іздеудің моделі.

Бұл есептің математикалық моделі белгілі бір интегралды табуға негізделеді: $V = \pi \int_1^3 (2^x)^2 dx$.

*II кезең.* Есепті математикалық теория шеңберінде яғни, модель ішінде шешу. $V = \pi \int_1^3 (2^x)^2 dx = \pi \int_1^3 2^{2x} dx = \pi \cdot \frac{2^{2x}}{2ln2}\Big|_1^3 = \pi \left(\frac{2^6}{2ln2} - \frac{2^4}{2ln2}\right) = \frac{30}{ln2}\pi.$

*III кезең.* Интерпретация. Алынған шешімді есептің берілген мазмұнында тұжырымдалған тілге аудару.

Айналу денесінің көлемі $\frac{30}{ln2}\pi(\text{куб. бірл})$.

Кесте 3. Көлденең жоспарлауға арналған технологиялық карта.

| Ортақ тақырып | Пәні | Оқу мақсаттары |
|---|---|---|
| Көрсеткіштік (экспоненциалды функция) | Алгебра және анализ бастамалары | 11.4.1.20 көрсеткіштік функцияның туындысы мен интегралын табу |
| | Биология | 11.3.1.2 - экожүйенің алуан түрлілігі мен тұрақтылығы арасындағы өзара байланысын орнату; |

*Есеп 3.* Зиянкестердің кейбір түрлері белгілі бір уақыт аралығында орманда экспоненциалды түрде көбейеді. Зерттеудің басында олардың саны $2 \cdot 10^4$ болып бағаланды. 6 күннен кейін олардың саны екі есе өсті. Күн сайын бір зиянкес 4 $см^2$ жапырақ жейді. Зиянкестер 20 күнде қанша жапырақ жейді? [6]

Шешуі. *I кезең.* Есептің математикалық моделін құру. 20 күн ішінде зиянкестер жеген жапырақтардың санын анықтау керек. Тамақтанудың шектелмеген ресурстары жағдайында популяцияларының саны экспоненциалды түрде түрде өсетіні белгілі, яғни $NN(t) = ae^{kt}$ (мұндағы $t$-күндер). *II кезең.* Есепті математикалық теория шеңберінде яғни, модель ішінде шешу.

Бастапқы шарттарды ескере отырып, бізде $NN(0) = 2 \cdot 10^4$, $a = 2 \cdot 10^4$; $NN(0) = 4 \cdot 10^4$ кезінде.

Демек, $e^{6k} = 2$. Осыдан $k = \frac{ln2}{6}$.

Функция мынадай түрде $NN(t) = 2 \cdot 10^4 \cdot e^{\frac{ln2}{6}t} = 2 \cdot 10^4 \cdot e^{\frac{t}{6}}$, мұндағы $0 \leq t \leq 20$. Әр зиянкес күніне 4 см$^2$ жапырақ жейтіндіктен, 20 күн ішінде желінетін жапырақтар

$$\int_0^{20} 4 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot e^{\frac{t}{6}} dt = \frac{8 \cdot 10^4 \cdot 2^{\frac{t}{6}} \cdot 6}{ln2} \Big|_0^{20} = \frac{48 \cdot 10^4}{ln2}\left(2^{\frac{20}{6}} - 1\right) \approx 5460869 см^2$$

*III кезең.* Интерпретация. Алынған шешімді есептің берілген мазмұнында тұжырымдалған тілге аудару. Жәндіктер 20 күнде 5460869 см$^2$ ≈ 546 м$^2$ жейді.

Зерттеу жұмысы барысында қолданбалы есептерді шешу қабілеттерін қалыптастыру процесінің негізгі компоненттерін анықтадық. Қолданбалы есептерді шешу кезіндегі бірқатар талаптар, білім алушылардың қолданбалы есептермен жұмыс істеу процесі нақтыланды. Осы анықталған мәселелер бойынша тәжірибелік жұмыстар жүргізіліп, оқушыларға сауалнама дайындалды. О.Шонаев атындағы орта мектебінің 11-сынып оқушылары «Математикалық модельдеу арқылы математиканы басқа пәндермен интеграциялау маңызды ма?» сауалына 46,2%-і «маңызды», 53,8%-і «маңызды емес» жауаптарын берді. Сауалнама нәтижесі көрсеткендей оқушылардың басым бөлігі математикалық модельдеудің басқа пәндермен байланыста «маңызды емес» деген жауаптарын берген. Оқушыларға математиканың өзге ғылым салаларымен байланысын математикалық модельдеу негізінде беру үшін қолданбалы есептер жүйесі әзірленіп, оқушылардың математикалық модельдеу кезеңдерімен қолданбалы есептерді шешу дағдылары жетілдірілді. Атқарылған жұмыстардан соң 11-сынып оқушыларынан «Математикалық модельдеу арқылы математиканы басқа пәндермен интеграциялау маңызды ма?» сауалымен шығыс сауалнамасы алынды. Нәтижесінде оқушылардың барлығы «маңызды» жауабын берді. Сауалнама нәтижесінің өзгерісін сипаттау үшін сандық мәліметтерді МакНемар критерийіне енгіздік, нәтиже статистикалық жоғарылағанын көрсетті.


Сурет 3. МакНемар критерийі бойынша нәтиже.

Зерттеу 11-сынып оқушылары үшін қолданбалы есептердің дайын құрастырылған әдістемелік жүйесін пайдалану қолданбалы есептерді шешу ынтасын біршама тиімді қалыптастыруға жағдай жасап, математикалық модельдеудің математиканы ғылымның әртүрлі салаларымен байланыстыру процесінің маңызды құрылымы ретіндегі рөлін саналы түсінуге ықпал ететінін көрсетті.

Қорыта келе біз келесі түйінді ойларды атап өтеміз:

- математикалық модельдеу негізінде мектеп математикасы курсында пәнаралық оқытуды сәтті жүзеге асыру әртүрлі пәндер мұғалімдері арасында тығыз ынтымақтастықты, сондай-ақ арнайы оқу материалдары мен әдістемелерін әзірлеуді талап етеді;

- математикалық модельдеу білім алушыларға математикадағы білімдерін тереңдетіп қана қоймай, оларды ғылымның басқа салаларында тәжірибеде қолдануға бірегей мүмкіндік береді;
- білім алушылардың сыни ойлау дағдыларын, проблемаларды шешуге шығармашылық көзқарасын жетілуіне маңыздылығын атап өту маңызды.

Зерттеу жұмысымыздың нәтижелері мынадай қорытынды жасауға мүмкіндік береді: біздің жұмысымызда баяндалған мектеп математика курсындағы пәнаралық оқытуды математикалық модельдеу негізінде жүзеге асыру білім алушылардың оқу материалын жақсы қабылдауға, шығармашылығы мен аналитикалық ойлауын дамытуға, сондай-ақ олардың пәнді оқуға деген ынтасын арттыруға оң ықпалын тигізеді деп санаймыз және төмендегі ұсыныстарды ескеру керек деп ойлаймыз:

1.
Пәнаралық оқытудың оқушылардың оқу үлгерімі мен мотивациясына әсерін одан әрі зерттеу.

1.

Оқу процесіне пәнаралық тәсілді енгізу бойынша мұғалімдер үшін неғұрлым егжей-тегжейлі әдістемелік ұсынымдар әзірлеу.

3.
Тәжірибе алмасу және пәнаралық ортада жұмыс істеу дағдыларын дамыту мақсатында мұғалімдер үшін практикалық семинарлар мен шеберлік сыныптарын өткізу.

**Қолданылған әдебиеттер тізімі:**

1. Математическая энциклопедия. Гл. ред. М. Виноградов. Том 3. Коо - Од. М.: Советская энциклопедия, 1982, 1184 с.
2. Скворцова М. Математическое моделирование // М. Скворцова // Математика. – 2003, №14, С. 1-4
3. Сурикова С.В. Использование графовых моделей при решении задач. Начальная школа. – 2002, №4, С. 56-63
4. Әбілқасымова А.Е., Кучер Т.П., Корчевский В.Е., Жұмағұлова З.Ә. «Алгебра». Жалпы білім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық. – Алматы: Мектеп, 2018, 200 б.
5. https://stepik.org/lesson/381644/step/1
6. Билялова Ж.Т., Сәлімжанқызы Б. Математикалық модельдеу мектеп математика курсындағы қолданбалы есептерді шешу құралы ретінде. «Физика-математикалық білім берудің даму тенденциялары: теориялық зерттеу және практикалық тәжірибе» халықаралық ғылыми-практикалық конференция материалдарының жинағы. –Атырау, 2022.